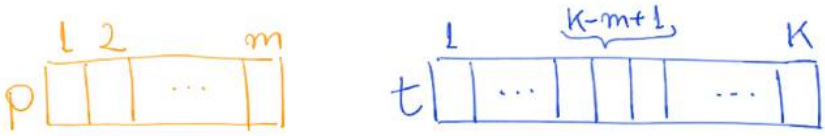
AED2 - Aula ~~16~~19.1
Busca de palavras em um texto, algoritmo de Boyer-Moore (bad character heuristic)

Definição do problema

Considere o problema de encontrar todas as ocorrências de
- uma sequência curta, que chamaremos de palavra,
- em uma sequência longa, que chamaremos de texto.

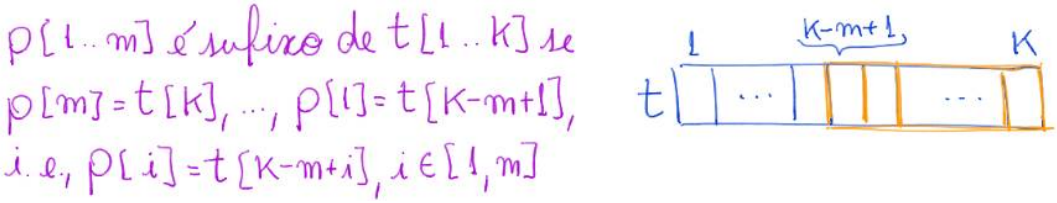
Este problema surge em diferentes áreas, como
- na implementação de funcionalidades em editores de texto,
- na área de biologia computacional,
- e na busca de informações na WEB.

Para definir mais formalmente o problema,
- considere uma palavra p[1 .. m],
    - e uma substring t[1 .. k] de um texto t[1 .. n],
        - com 1 <= k <= n.

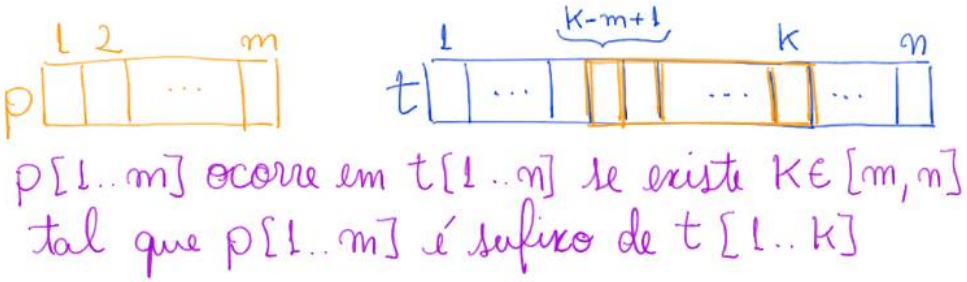


- Observe que, excepcionalmente, nossos vetores
    - começam na posição 1 e terminam na posição tamanho do vetor.

Vamos utilizar o conceito de sufixo, definido a seguir.

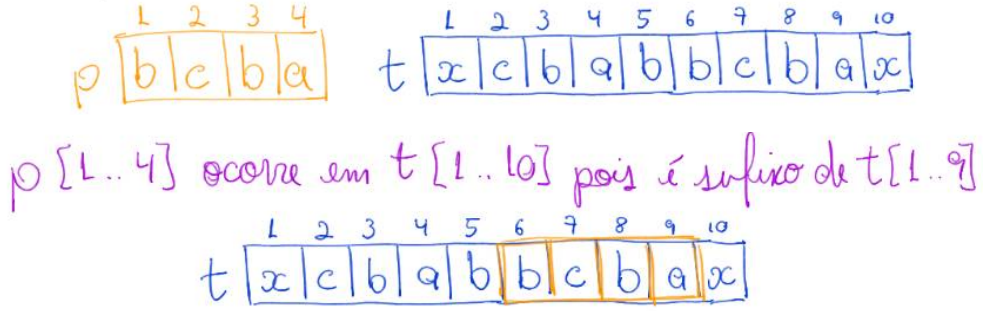


- Assim, temos que



Note que, uma palavra nunca será sufixo
- de um texto que seja menor do que ela.
    - Por isso, k começa em m.
- Também decorre dessa observação que, se m > n
    - então o número de ocorrências de p em t é zero.
- Além disso, nossa definição não faz sentido se a palavra for vazia.
    - Por isso, supomos m >= 1.

Exemplo:



Embora estejamos interessados em localizar

- as ocorrências de uma palavra p[1 .. m] em um texto t[1 .. n],
- para simplificar, vamos tratar do problema de
    - determinar o número de ocorrências de p[1 .. m] em t[1 .. n].

Antes de apresentar nosso primeiro algoritmo, vamos definir algumas convenções:

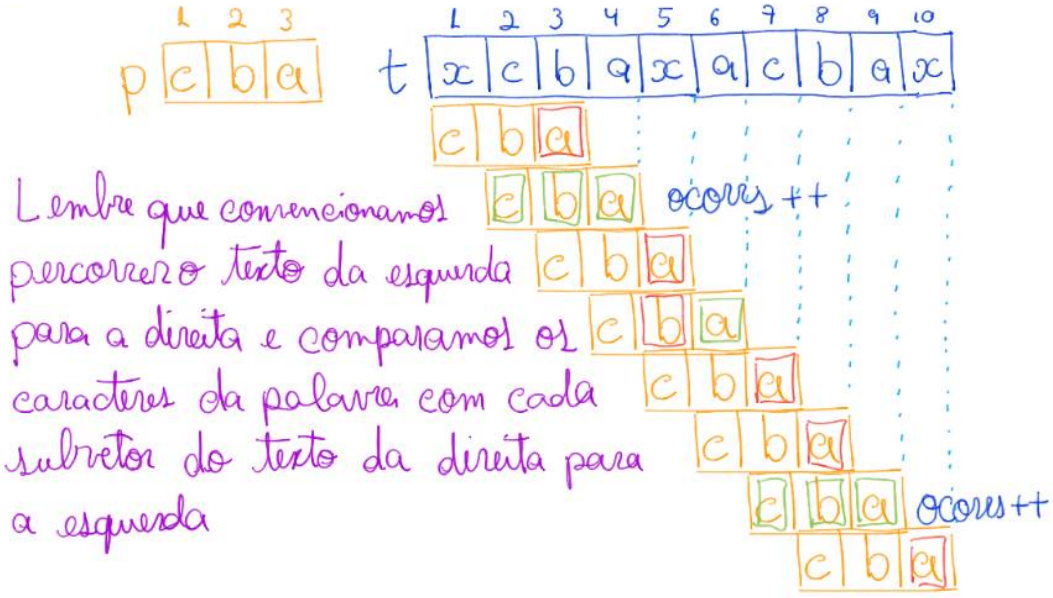
- Nossos algoritmos vão varrer o texto da esquerda para a direita.
    - Vale notar que a outra opção é equivalente.
- Além disso, cada vez que nossos algoritmos
    - comparam a palavra com um subvetor do texto,
        - vamos varrê-los da direita para a esquerda.
    - Em geral, as duas alternativas são equivalentes,
        - mas um dos algoritmos que veremos exige que
            - a comparação seja feita no sentido contrário
                - ao da varredura do texto.

Algoritmo básico

Ideia do algoritmo:

- Percorrer o texto t[1 .. n] da esquerda para a direita
    - testando na iteração pos_t, para pos_t variando de m até n,
        - se a palavra p[1 .. m] é sufixo de t[1 .. pos_t].
    - Para tanto,
        - comparamos cada caractere de p[1 .. m]
        - com os m últimos caracteres de t[1 .. pos_t],
            - i.e., t[pos_t - m + 1 .. pos_t].

Exemplo:



Código:

```
// Recebe vetores palavra[1..m] e texto[1..n], com m >= 1 e n >= 0,
// e devolve o número de ocorrências de palavra em texto.
int basico(char palavra[], int m, char texto[], int n) {
    int pos_t, desl_p, ocorrs;
    ocorrs = 0;
    for (pos_t = m; pos_t <= n; pos_t++) {
        desl_p = 0;
        // palavra[1..m] casa com texto[pos_t-m+1 .. pos_t]?
        while (desl_p < m &&
           palavra[m - desl_p] == texto[pos_t - desl_p])
            desl_p++;
        if (desl_p >= m)
            ocorrs++;
    }
    return ocorrs;
}
```

Invariante e corretude:

- O invariante principal do laço externo é que no início da iteração pos_t
    - ocorrs é o número de ocorrências
        - de palavra[1 .. m] em texto[1 .. pos_t - 1],
    - i.e, o número de ocorrências da palavra no prefixo já foi contado.
- O invariante principal do laço interno é que no início da iteração desl_p
    - palavra[m - desl_p + 1 .. m] = texto[pos_t - desl_p + 1 .. pos_t],
    - i.e, o sufixo da palavra coincide com o sufixo da substring do texto.

Eficiência de tempo:

- No pior caso, o tempo é O(mn),
    - pois o laço externo itera (n - m + 1) vezes
        - e o laço interno itera m vezes no pior caso.
    - Note que, quando m ~= n / 2
        - o tempo no pior caso é proporcional a n^2.
    - Como exemplo, considere um texto de tamanho n
        - com apenas um caractere ‘x’ repetido
            - e uma palavra p de tamanho n / 2
                - composta inteiramente pelo mesmo caractere ‘x’.
- O melhor caso do algoritmo ocorre
    - se a palavra terminar com um caractere não presente no texto.
    - Como exemplo, considere um texto
        - com apenas um caractere ‘x’ repetido
            - e uma palavra terminada pelo caractere ‘y’.
    - Neste caso o número de operações é O(n - m + 1).
- Vale notar que, se m é muito menor que n,
    - por exemplo, m = O(lg n),
        - a eficiência do algoritmo é próxima de linear.

Eficiência de espaço:

- O espaço adicional utilizado é constante.

Agora vamos estudar o algoritmo de Boyer-Moore

- que utiliza duas heurísticas
    - para melhorar a eficiência do algoritmo básico.
- Em particular, essas heurísticas utilizam critérios não triviais
    - que nos permitirão avançar o índice pos_t no texto
        - com passos maiores que 1 a cada iteração.

Primeiro algoritmo de Boyer-Moore

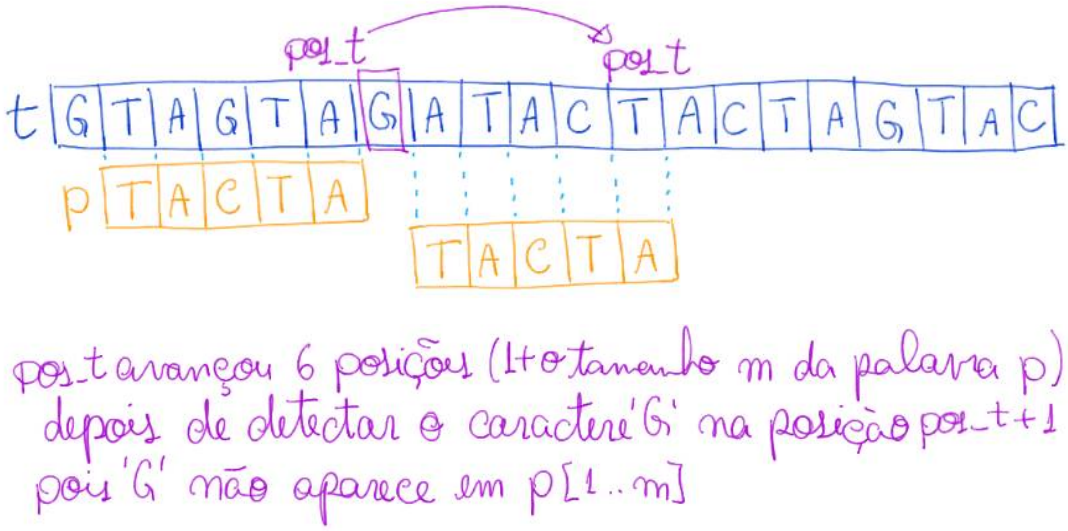
Vamos estudar a primeira heurística do algoritmo de Boyer-Moore,

- conhecida como “bad character heuristic”.

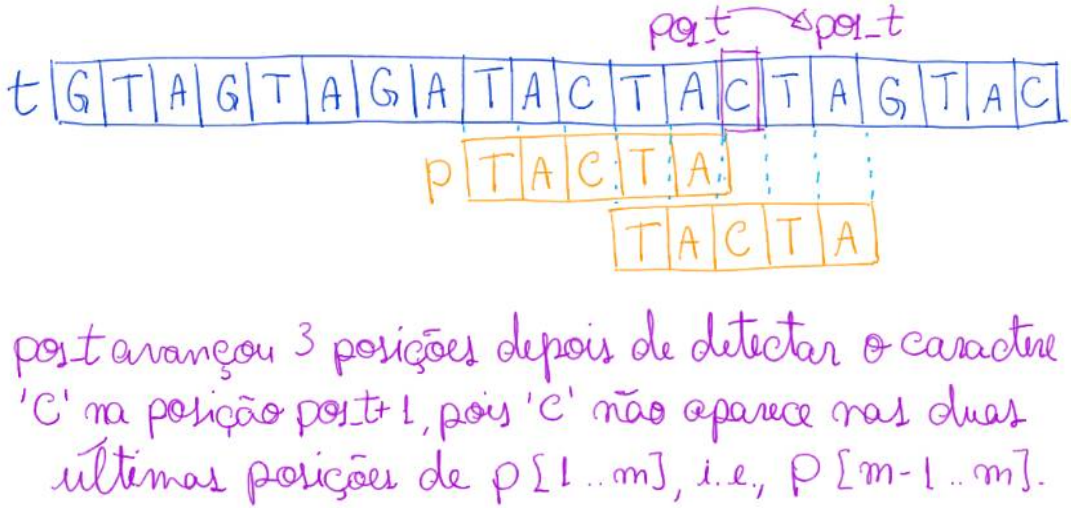
Nos seguintes exemplos

- considere que o algoritmo acabou de testar se
    - p[1 .. m] é sufixo de t[1 .. pos_t]
- e, antes de incrementar pos_t,
    - vai avaliar o caractere t[pos_t + 1]

Exemplo 1:



Exemplo 2:



Ideia da “bad character heuristic”:

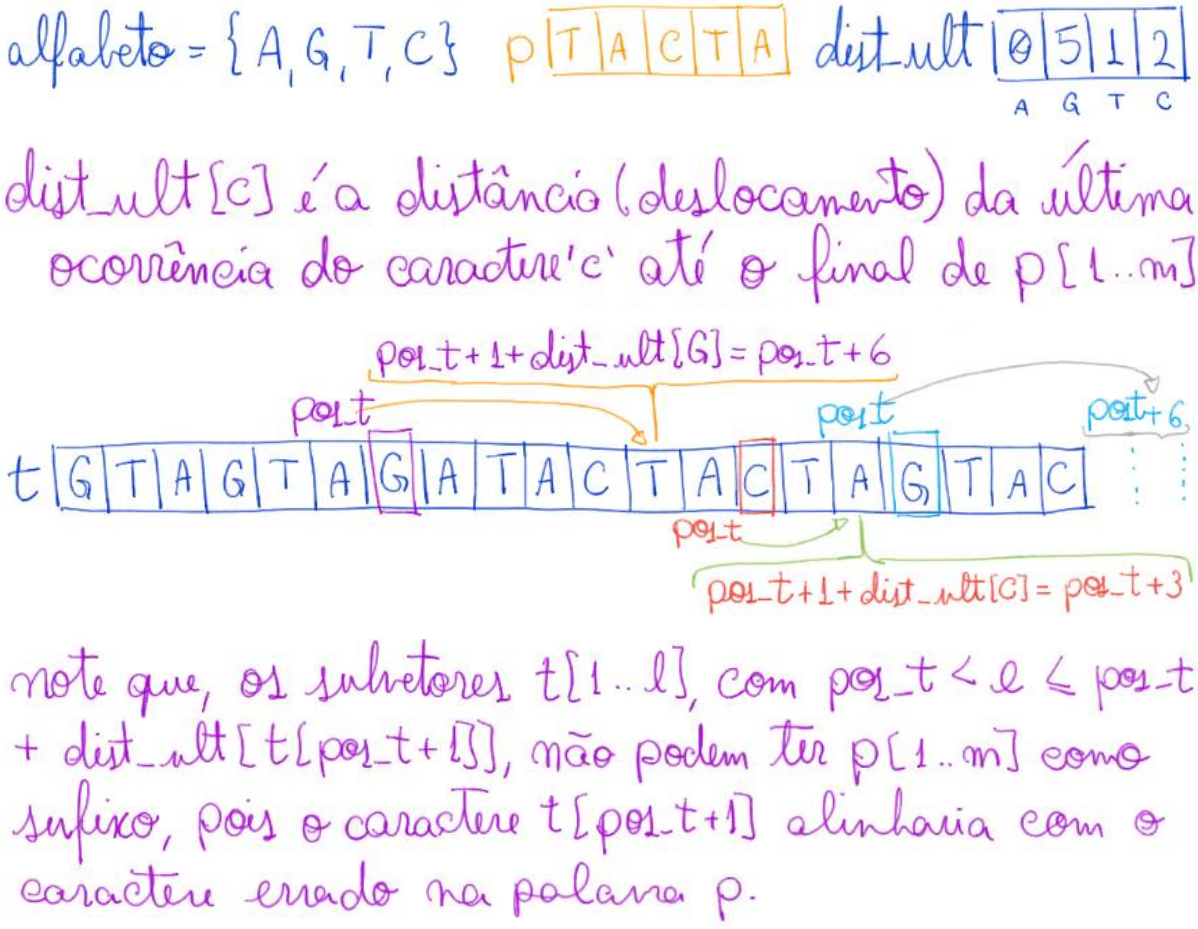
- Calcular um incremento para pos_t
    - de modo que texto[pos_t + 1] antes de aplicar o incremento
        - fique emparelhado com a ocorrência mais a direita
            - do caractere texto[pos_t + 1] em palavra[1 .. m].
- Para implementar essa ideia e automatizar os saltos do índice pos_t,
    - precisamos conhecer o alfabeto sobre o qual estamos trabalhando,
        - i.e., o conjunto de valores que cada caractere pode assumir,
    - e fazer um pré-processamento da palavra p[1 .. m].

Neste pré-processamento, vamos:

- alocar um vetor auxiliar dist_ult[ ] com uma posição
  - para cada caractere do alfabeto,
- e preencher dist_ult[c] com a distância
  - da última ocorrência de ‘c’ até a última posição da palavra p[1 .. m].
- Mais formalmente, dist_ult[c] é
  - o menor valor desl em [0, m - 1] tal que p[m - desl] = c.
- Se ‘c’ não está em p[1 .. m],
  - então dist_ult[c] deve receber o valor m.
- Note que, o incremento de pos_t é exatamente 1 + dist_ult[t[pos_t + 1]].

Exemplo 3:

- Neste exemplo, vamos considerar o alfabeto das bases nitrogenadas.



Código do pré-processamento:

```
int *preProcBadCharac(char palavra[], int m) {
    int i;
    int *dist_ult = malloc(256 * sizeof(int)); // alfabeto é 0..255
    for (i = 0; i < 256; i++)
        dist_ult[i] = m;
    for (i = 1; i <= m; i++) // ordem do laço importa?
        dist_ult[(int)palavra[i]] = m - i;
    return dist_ult;
}
```

Invariante e corretude:

- O invariante principal do segundo laço é que no início da i-ésima iteração
    - dist_ult[ ] tem a distância da ocorrência de cada caractere
        - em palavra[1 .. i - 1] até o fim da palavra[1 .. m].

Eficiência de tempo:

- Seja bitsDigito o número de bits usados em cada caractere.
- A fase de pré-processamento leva tempo proporcional
    - ao tamanho do alfabeto,
        - que é O(2^bitsDigito),
    - mais o tamanho da palavra m,
- i.e., O(2^bitsDigito + m).

Eficiência de espaço:

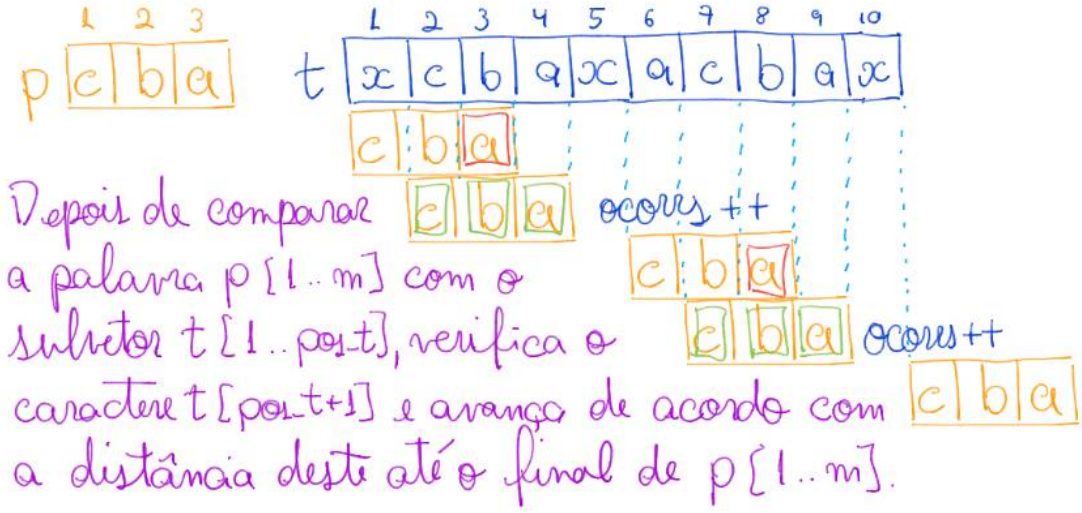
- O espaço adicional utilizado é proporcional ao tamanho do alfabeto,
    - i.e., O(2^bitsDigito), por conta do vetor auxiliar dist_ult.
- Será que podemos fazer melhor?
    - Particularmente, no caso em que o tamanho do alfabeto é
        - muito maior que o conjunto de caracteres distintos em p[1 .. m]?
    - Considere usar uma tabela de espalhamento (hash table).
        - Como isso pode impactar o espaço adicional
            - e o tempo do pré-processamento?
                - Ambos podem cair para O(m). Por que?

Ideia do algoritmo:

- Assim como no algoritmo básico,
  - vamos percorrer o vetor texto[1 .. n] da esquerda para a direita
  - testando em cada iteração pos_t,
    - se palavra[1 .. m] é sufixo de texto[1 .. pos_t].
- No entanto, antes de incrementar pos_t para avançar no texto,
  - vamos utilizar a “bad character heuristic”
    - em busca de um maior incremento para pos_t.

Exemplo 4:

- Neste exemplo vamos buscar p em t,
  - indo da esquerda para a direita,
- e saltando, a cada iteração,
  - de acordo com o deslocamento dist_ult[ ]
    - do caractere em t[pos_t + 1].



Código do algoritmo:

```
// Recebe vetores palavra[1..m] e texto[1..n], com m >= 1 e n >= 0,
// e devolve o número de ocorrências de palavra em texto.
int BoyerMoore1(char palavra[], int m, char texto[], int n) {
    int *dist_ult;
    int pos_t, desl_p, ocorrs;
    dist_ult = preProcBadCharac(palavra, m);
    // busca da palavra p no texto t
    ocorrs = 0;
    pos_t = m;
    while (pos_t <= n) {
        desl_p = 0;
        // palavra[1..m] casa com p[pos_t-m+1..pos_t]?
        while (desl_p < m
           && palavra[m - desl_p] == texto[pos_t - desl_p])
            desl_p++;
        if (desl_p >= m)
            ocorrs++;
```

```
        if (pos_t == n) // para evitar posição inválida de memória
            pos_t += 1;
        else
            pos_t += 1 + dist_ult[(int)texto[pos_t + 1]];
    }
    free(dist_ult);
    return ocorrs;
}
```

Invariante e corretude:

- os invariantes principais são os mesmos do algoritmo básico.

Eficiência de tempo:

- Adicionalmente ao tempo gasto no pré-processamento, temos
    - no pior caso ele leva tempo O(mn), pois
        - o laço externo itera (n - m + 1) vezes
            - e o laço interno itera m vezes.
        - Um exemplo, em que ele leva tempo O(n^2),
            - considere o mesmo cenário do algoritmo básico,
            - o texto de tamanho n tem apenas um caractere ‘x’,
            - e a palavra de tamanho n/2 tem o mesmo caractere ‘x’.
        - No entanto,
            - o pior caso deste algoritmo é mais raro
            - e o número de comparações médio é bem menor.
    - No melhor caso,
        - o caractere texto[pos_t] sempre difere de palavra[m]
            - e o caractere texto[pos_t + 1]
                - sempre está ausente de p[1 .. m].
        - Com isso, pos_t avança em saltos de tamanho m + 1,
            - e o número de comparações é da ordem de n / m,
                - i.e., O(n / m);
        - Note que este valor é sublinear,
            - em relação ao tamanho do texto.

Eficiência de espaço:

- o espaço adicional é o mesmo daquele utilizado no pré-processamento.